

Benito V. Frosini

Università Cattolica del Sacro Cuore

**LA PROVA STATISTICA
NEL PROCESSO PENALE**

Roma, 26 gennaio 2013

1. Processo civile e processo penale

1.1. Riguardo alla valutazione delle prove statistiche, non vi è differenza nei due tipi di processi. Le Regole di Evidenza Federali USA non fanno distinzione tra contesto civile e contesto penale.

1.2. La differenziazione essenziale riguarda le regole di giudizio:

- Preponderanza dell'evidenza (più probabile che no) nel processo civile;
- Oltre un ragionevole dubbio (*beyond a reasonable doubt*) nel processo penale.

2. Probabilità degli eventi (rilevanti in un processo)

2.1. La probabilità $P(A)$ di un evento A è il peso razionale da associare allo stesso evento (ovvero alla sua credibilità);

$P(A)$ è un numero reale normalizzato fra 0 e 1:

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Riguardo ai limiti di $P(A)$:

- Un evento impossibile ha probabilità 0;
- Un evento certo ha probabilità 1.

$P(A)$ cresce fra 0 e 1 al crescere della credibilità dell'evento A .

2.2. Probabilità oggettiva e probabilità soggettiva

La probabilità di un evento (casuale) è oggettiva quando trova una generale adesione, e quindi è indipendente dal soggetto valutatore.

Casi tipici sono i risultati di giochi di sorte, dove gli eventi elementari sono equiprobabili (giochi di carte, lanci di dadi e monete, roulette ecc.). In genere si parla di esperimenti casuali (anche per eventi elementari non equiprobabili).

La probabilità di un evento è soggettiva quando la sua valutazione può variare da individuo a individuo: l'evento non dipende dalla realizzazione di un esperimento casuale, oppure l'esperimento casuale non è completamente noto.

2.2. (segue)

N.B. E' inevitabile il ricorso alla probabilità soggettiva nel caso di *eventi unici*, per i quali non è configurabile (praticamente) un esperimento casuale che possa produrre l'evento di interesse.

La probabilità finale in un giudizio (civile o penale)

è una probabilità soggettiva

ma deve essere sostenuta da un ragionamento

il più possibile oggettivo.

3. Probabilità condizionale

La grande maggioranza delle probabilità rilevanti in un processo sono probabilità condizionali: si tratta di probabilità relative a eventi condizionati.

Ad es., con riferimento alla estrazione di una carta da un mazzo di 40 carte, la probabilità dell'evento $A = \text{"estrazione di un Re"}$, è data dal rapporto $4/40 = 1/10$ (*casi favorevoli diviso casi possibili*) per l'esperimento casuale ipotizzato, mentre è data da $4/12 = 1/3$ se si possiede l'ulteriore informazione che la carta estratta è una figura.

L'evento $B = \text{"estrazione di una figura"}$ è in tal caso l'evento condizionante, mentre A è l'evento condizionato.

3.1. Formula della probabilità condizionale

Formalmente, se indichiamo in generale con $P(A)$ e $P(B)$ le probabilità dei due eventi (nell'esperimento casuale originario), entrambe > 0 , con $P(A \& B)$ la probabilità che i due eventi A e B accadano entrambi, la probabilità che l'evento A accada sotto la validità della condizione B si scrive (e si legge “***A dato B***”):

$$P(A | B) = \frac{P(A \& B)}{P(B)}$$

N.B. L'evento $A \& B$ può essere impossibile, e in tal caso è correttamente $P(A | B) = 0$.

3.2. Probabilità di una implicazione logica

Se a e b sono due proposizioni, che indicano determinate condizioni reali, e A e B sono insiemi di individui che soddisfano le predette condizioni, la probabilità dell'implicazione logica $a \Rightarrow b$ è definita come segue:

$$P(a \Rightarrow b) = P(B | A) = \frac{P(A \& B)}{P(A)}$$

Ad es., possiamo essere interessati a una implicazione (del tipo “*se ... allora*”) relativa a individui che lavorano in un dato ambiente, dove a = “lavora nell’ambiente prefissato” e b = “sviluppa un tumore polmonare”.

3.2 (segue)

Anche in presenza di *causa probabilistica*, può esservi **certezza** riguardo alla causa che ha agito, nel senso che la probabilità della condizione contingentemente necessaria può essere uguale a 1.

Esempio:

$$P(a \Rightarrow b) = P(B | A) = 0,01$$

$$P(b \Rightarrow a) = P(A | B) = 1$$

ovvero: dato l'evento A , l'evento B accade raramente, ma accade solo in presenza di A .

Problema: dobbiamo essere certi (o praticamente certi) della validità di quest'ultima condizione (c.d. *legge universale*).

4. Probabilità delle cause dati gli effetti. Formula di Bayes.

Siano A_1, A_2 ecc. **tutte le possibili cause** di un **effetto** B , e si ammetta di conoscere le rispettive probabilità $P(A_1), P(A_2)$ ecc. Tali probabilità sono anche indicate come *probabilità a priori*, o *probabilità iniziali*; possono essere oggettive o soggettive.

$P(B | A_1)$ è chiamata **verosimiglianza** della causa A_1

$P(B | A_2)$ è chiamata **verosimiglianza** della causa A_2 ecc.

Le verosimiglianze sono spesso sostanzialmente oggettive, e solitamente sono ammesse nei processi.

4. (segue)

La **formula di Bayes** permette di scambiare i ruoli di “evento condizionante” e di “evento condizionato”; con essa si calcola la **probabilità che abbia agito una data causa A_i dato l'effetto B** , a partire dalle probabilità a priori e dalle verosimiglianze. Ad es., nel caso di due possibili cause si ha ad esempio

$$P(A_1 | B) = \frac{P(A_1 \& B)}{P(B)} = \frac{P(A_1) \times P(B | A_1)}{P(B)}$$

essendo $P(B) = P(A_1) \times P(B | A_1) + P(A_2) \times P(B | A_2)$.

Le probabilità così ottenute sono dette

probabilità a posteriori oppure **probabilità finali**.

4.1. Due possibili cause

Se le possibili cause sono soltanto due, A e $\bar{A}$ (complemento di A), è spesso utile riferirsi a una formula che dà il **rapporto fra le probabilità finali**:

$$\frac{P(A|B)}{P(\bar{A}|B)} = \frac{P(A)}{P(\bar{A})} \times \frac{P(B|A)}{P(B|\bar{A})}$$

Tale rapporto uguaglia il prodotto di due rapporti: fra le probabilità iniziali e fra le verosimiglianze.

4.2. Esempio di applicazione (non intuitivo)

Controllo dell'infezione HIV

Il test eseguito sul sangue per il controllo dell'infezione HIV è tra i più precisi. Si ponga:

B = test positivo $\bar{B}$ = test negativo

M = esistenza HIV $\bar{M}$ = non HIV

Sensitività: $P(B | M) = 0,98$

Specificità: $P(\bar{B} | \bar{M}) = 0,998 \Rightarrow P(B | \bar{M}) = 0,002$

Se prendiamo ***un individuo a caso***, e il test HIV è positivo, dobbiamo concludere che è **probabilmente sano!**

4.2. (segue)

Ciò dipende dal basso valore della *base rate probability* (probabilità di sfondo) in molti paesi; ad es. negli USA si ha un caso di HIV all'incirca ogni 3000 individui: $P(M) = 0,00035$.

Applicando la formula di Bayes si ottiene

$$P(M | B) = \frac{P(M) \times P(B | M)}{P(B)} = 0,146$$

ovvero $P(\bar{M} | B) = 0,854 \gg 0,5$.

Se fosse $P(M) = 0,01$ si avrebbe

$$P(M | B) = 0,832 \text{ e } P(\bar{M} | B) = 0,168 \ll 0,5.$$

5. La fallacia del condizionale trasposto

Es.: Se si esamina il gruppo sanguigno di un individuo XY, e si trova che è del tipo E (coincidente con le tracce trovate sul luogo del delitto), si tende a colpevolizzare XY col seguente pseudo-ragionamento:

“E’ molto raro che l’evidenza E venga osservata su un individuo innocente ($\bar{G}$); è quindi molto improbabile che XY sia innocente”.

Ad es., da $P(E | \bar{G}) = 0,001$ “si deduce” $P(\bar{G} | E) = 0,001$.

Ma fra queste probabilità non c’è alcuna relazione!

5.1. Processo a Sally Clark (*One is tragic, two is murder*)

Il primo figlio di Sally Clark morì improvvisamente all'età di tre mesi. Il caso fu archiviato come SIDS (*Sudden Infant Death Syndrome*). Il secondo figlio di Sally Clark morì in circostanze analoghe. Essa fu arrestata, e incolpata dell'omicidio di entrambi i figli. Nel primo processo fu condannata a 26 anni di reclusione.

Principale argomento per la condanna:

$$P(E | \bar{G}) = (1/8.500)^2 \approx 1/72.000.000$$

cioè la probabilità che le due morti (assumendo l'indipendenza fra i due eventi) siano naturali è molto piccola.

5.1. (segue)

La probabilità di omicidio di un bambino nel primo anno di vita è stata stimata (su dati UK) di circa 1/92.000. Assumendo l'indipendenza fra gli eventi, per due omicidi la probabilità a priori di colpevolezza è

$$P(G) = (1/92.000)^2 \approx 1/8.450.000.000.$$

L'applicazione della formula di Bayes produce

$$P(\overline{G} | E) = P(\text{SIDS} | E) \approx 0.99$$

ovvero quasi certamente S. Clark è innocente!

Nel processo di appello (gennaio 2003) S. Clark fu assolta.

6. I test di ipotesi

L'impostazione bayesiana trova difficoltà applicative quando le probabilità in gioco sono eccessivamente imprecise; questo accade soprattutto per le c.d. probabilità a priori.

In tali casi (molto comuni) si ricorre a una diversa impostazione: l'impostazione dei ***test di ipotesi*** di Fisher-Neyman-Pearson:

- * non si assumono probabilità a priori,
- * si lavora solo sulle verosimiglianze, e solo se sono sostanzialmente oggettive.

6. (segue) -1

Ad es., riguardo ai rischi di esposizione a un agente tossico dei lavoratori di una azienda Z (es. settore chimico), si confronta l'incidenza di una data malattia (o causa di morte) M fra i lavoratori di Z e la popolazione in generale, o con i lavoratori di una azienda meccanica (ad es.).

Si accetta l'ipotesi H_0 (c.d. *ipotesi nulla*) di nessun effetto (ovvero $\bar{G}$ = azienda non colpevole) se la proporzione di M fra i lavoratori di Z è prossima (*in senso probabilistico*) a quella del gruppo di controllo.

6. (segue)-2

E' essenziale controllare le due probabilità di errore:

α = probabilità di colpevolezza in caso di innocenza

β = probabilità di innocenza in caso di colpevolezza.

Nel processo civile sembra equo mettere i due tipi di errore sullo stesso piano: $\alpha \approx \beta$.

Nel processo penale prevale l'interesse a ***non condannare un innocente***: è perciò ragionevole utilizzare in ogni caso una probabilità α molto piccola, e tipicamente molto minore di β .

6. (segue)-3

E' possibile adottare in ogni caso valori piuttosto bassi delle due probabilità di errore?

In genere ***non è possibile***.

Le probabilità di errore sono collegate da una **relazione inversa**: se diminuisco α , devo accettare un aumento di β , e viceversa.

La dimensione delle probabilità di errore dipende dalla quantità di informazioni disponibili (nell'esempio, numero di lavoratori e numero di morti); entrambe le probabilità possono diminuire se aumentano le informazioni disponibili.

6. (segue)-4 – Il problema dei test multipli

Se n test indipendenti di livello α sono applicati – in n esperimenti – per verificare se la causa A agisce per produrre l'effetto B , la probabilità che ***almeno uno*** dei test risulti significativo è

$$P_n = 1 - (1 - \alpha)^n$$

Ad es., se $\alpha = 0,05$, $P_4 = 0,1855$, $P_{10} = 0,4013$.

Tipiche applicazioni si hanno per le cause di morte in indagini epidemiologiche. L'**accusa** tende a limitare l'attenzione alle sole (poche) cause di morte che presentano risultati significativi.

Bibliografia essenziale

- C. Aitken, F. Taroni: *Statistics and the evaluation of evidence for forensic scientists*, 2nd Edition, Wiley, Chichester, 2004.
- B.V. Frosini: *Metodi statistici*, Seconda Edizione, Carocci, Roma, 2009.
- B.V. Frosini: *Le prove statistiche nel processo civile e nel processo penale*, Giuffré, Milano, 2002.
- B.V. Frosini: *Concetti di causa e di spiegazione*, in “Studi per Federico Stella”, Jovene, Napoli, 2007.
- F. Stella: *Giustizia e modernità*, Giuffré, Milano, 2001.
- F. Stella (a cura di): *I saperi del giudice. La causalità e il ragionevole dubbio*, Giuffré, Milano, 2004.
- F. Taroni, C. Aitken, P. Garbolino, A. Biedermann: *Bayesian networks and probabilistic inference in forensic science*, Wiley, Chichester, 2006.
- M. Taruffo: *La prova dei fatti giuridici*, Giuffré, Milano, 1992.